1　次の(1)～(7)の問いに答えなさい。

(1)　次の①～③の計算をしなさい。

①　$-7\times(-6)+3$

②　$3a^2b\times 8ab \div 12ab^2$

③　$\dfrac{9}{\sqrt{3}}+2\sqrt{15}\times\sqrt{5}$

(2)　次の①，②の問いに答えなさい。

①　比例式 $a:b=c:d$ が成り立つとき，一般に成り立つ等式として最も適当なものを，次の**ア**～**エ**のうちから１つ選び，符号で答えなさい。

ア　$ab=cd$　　**イ**　$ad=bc$　　**ウ**　$\dfrac{a}{b}=\dfrac{d}{c}$　　**エ**　$\dfrac{a}{c}=\dfrac{d}{b}$

②　比例式 $(x+1):1=(3x+2):(x+1)$ を成り立たせる x の値を求めなさい。

(3)　下の資料は，ある中学校の生徒 20 名のうち，16 名のハンドボール投げの記録を小さい順に並べたものである。

ハンドボール投げの記録(m)

15，16，16，16，17，17，18，18，18，19，20，20，21，22，22，22

この 16 名の生徒が記録をとった後，さらに，A，B，C，D の 4 名がハンドボール投げを行った結果，下の $\boxed{}$ のとおりになった。

- A，B の 2 名は同じ記録である。
- B，C，D は 3 名とも異なる記録である。
- C は D よりも 9 m 長い記録である。
- 生徒 16 名に A，B，C，D を加えた 20 名の記録の平均値は 18.5 m である。
- 生徒 16 名に A，B，C，D を加えた 20 名の記録の最頻値は 17 m である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　A の記録を求めなさい。

②　C の記録を求めなさい。

(4)　**図 1** は底面の半径が 2 cm の円柱を斜めに平面で切った立体であり，**図 2** はその投影図である。

また，**図 2** の四角形 ABCD は，$\angle ABC=\angle BCD=90°$，$\angle ADC=45°$，CD = 7 cm の台形である。

このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

①　**図 2** の辺 AB の長さを求めなさい。

②　**図 1** の立体の体積を求めなさい。
ただし，円周率は π を用いることとする。

図 1

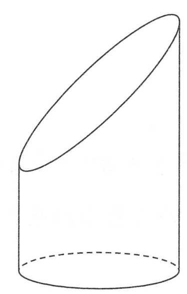
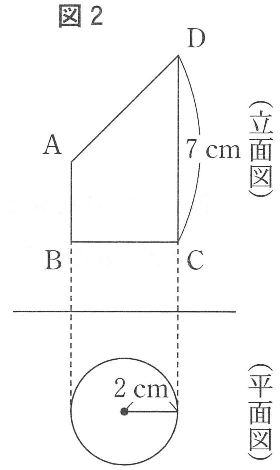


図 2



(5) 次の①，②の問いに答えなさい。

① a と b を自然数とする。a と b がどんな自然数であっても，$10a+b$ と $10b+a$ の和は，必ずある数の倍数となる。どんな数の倍数となるか，1以外の自然数で答えなさい。

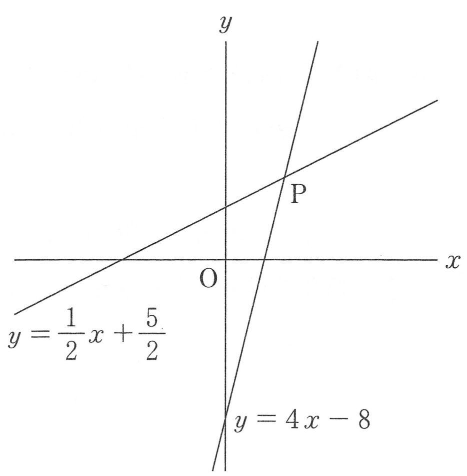
② 大小2つのさいころを同時に1回投げ，大きいさいころの出た目の数を a，小さいさいころの出た目の数を b とする。

このとき，$10a+b$ と $10b+a$ の和が66となる確率を求めなさい。

ただし，さいころを投げるとき，1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(6) 下の図のように，2つの直線 $y=4x-8$ と $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ が点Pで交わっている。
このとき，次の①，②の問いに答えなさい。

① 交点Pの座標を求めなさい。



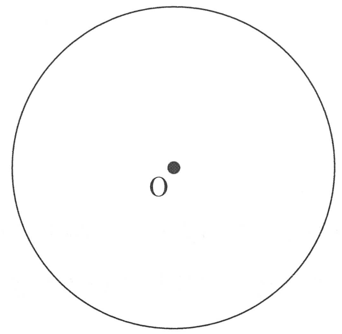
② 2つの直線と直線 $y=ax-5$ が三角形を作らないとき，a がとることのできる値をすべて求めなさい。

(7) 次の①，②の問いに答えなさい。

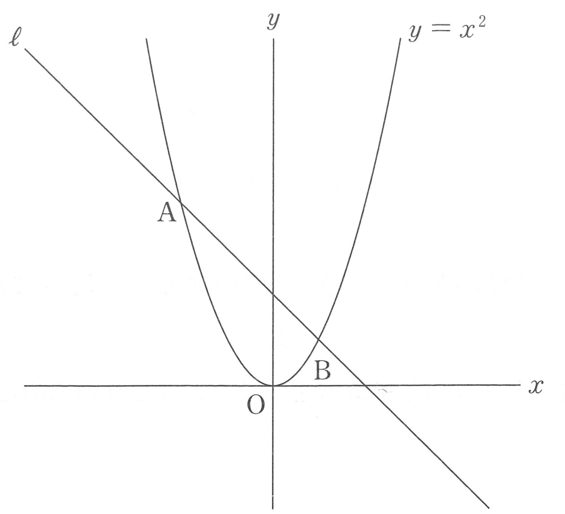
① 半径1cmの円に対して，面積が2倍である円の半径の長さを求めなさい。

② 下の図のように，円Oがある。円Oと中心が同じで，円Oに対して面積が2倍である円を作図しなさい。

ただし，三角定規の角を利用して直線をひくことはしないものとし，作図に用いた線は消さずに残しておくこと。



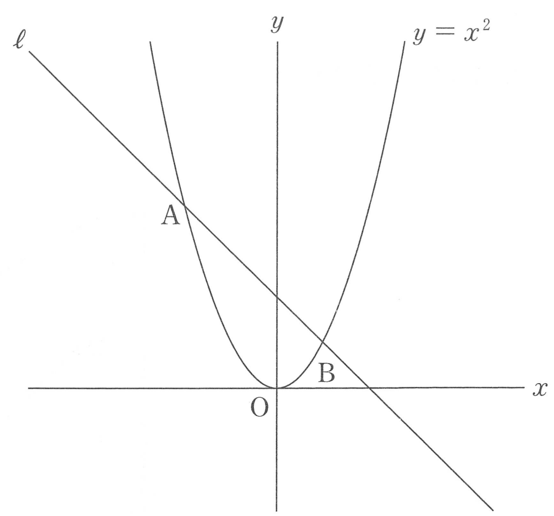
2　下の図のように，放物線 $y=x^2$ のグラフと直線 ℓ が 2 点 A，B で交わっている。点 A の x 座標が -2，点 B の x 座標が 1 であるとき，次の(1)~(3)の問いに答えなさい。



(1)　直線 ℓ の式を求めなさい。

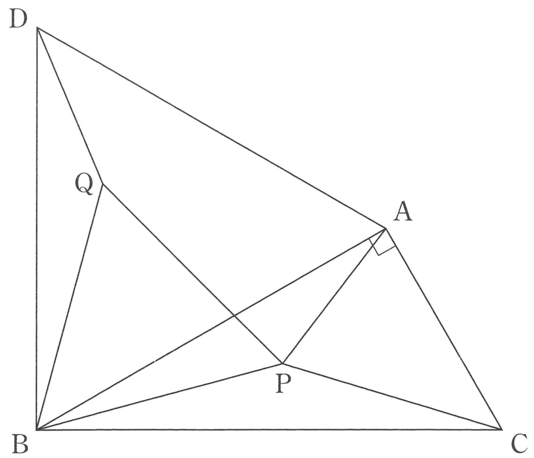
(2)　△ABO と △AOP の面積が等しくなるように y 軸上に点 P をとる。
点 P の y 座標が負であるとき，点 P の座標を求めなさい。

(3)　△ABO ∽ △QAO となるように直線 OB 上に点 B と異なる点 Q をとる。
このとき，点 Q の座標を求めなさい。



3 下の図のように，$\angle ABC = 30°$，$\angle CAB = 90°$ の直角三角形ABCと，正三角形ADBがある。直角三角形ABCの内部に点Pをとり，点Pと3点A，B，Cをそれぞれ結ぶ。また，正三角形ADBの内部に，$\angle PBQ = 60°$，$BP = BQ$ となるように点Qをとり，点Qと3点B，D，Pをそれぞれ結ぶ。

このとき，次の(1)～(3)の問いに答えなさい。



(1) $AP = DQ$ であることを下の □ にしたがって証明するとき，$\boxed{(a)}$，$\boxed{(b)}$ に入る最も適当なものを，**選択肢**の**ア**～**エ**のうちからそれぞれ1つずつ選び，符号で答えなさい。また，$\boxed{(c)}$ に入る最も適当なことばを書きなさい。

> $AP = DQ$ であることを証明するには，$\boxed{(a)}$ と $\boxed{(b)}$ が $\boxed{(c)}$ であることを証明すればよい。

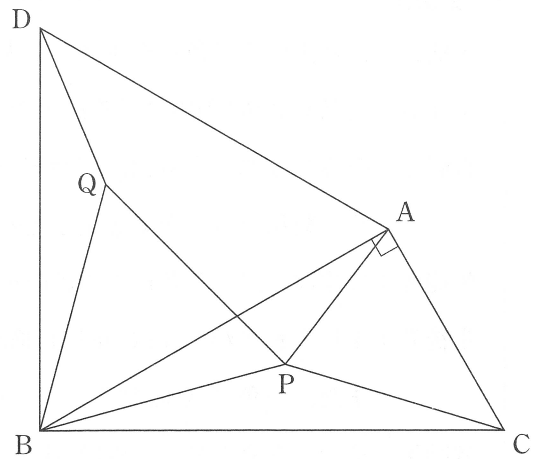
選択肢

ア △ABP	**イ** △BCP	**ウ** △BPQ	**エ** △DBQ

(2) $AP = DQ$ であることを証明しなさい。

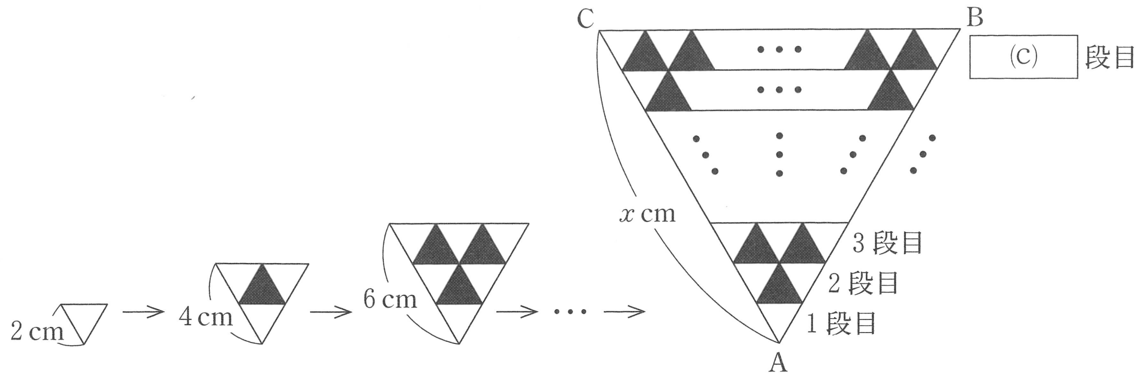
(3) $AB = 10$ cm として，$AP + BP + CP$ の長さを考える。

$AP + BP + CP$ が最も短くなるとき，その長さを求めなさい。



4 下の**図**のように，１辺の長さが２cmの白い正三角形と，１辺の長さが２cmの黒い正三角形を，１段目，２段目，３段目，… と並べて，１辺の長さが x cmの正三角形ABCを作る。

図



次の**会話文**を読み，あとの(1)～(3)の問いに答えなさい。

会話文

生徒A：白と黒の正三角形を並べて，大きな正三角形を作るのですね。

生徒B：三角形ABCの中にある白と黒の三角形の面積に注目すると，面白そうですね。

教師T：そうですね。今回は，三角形ABCの中にある黒い三角形の面積の総和（そうわ）を求めましょう。総和とは，全てを足した結果のことです。どのように考えたらよいでしょうか。

生徒A：まずは，黒い三角形１つの面積を求める必要があると思います。

生徒B：１辺の長さが２cmの正三角形なので，面積は $\boxed{\text{(a)}}$ cm^2 です。

また，三角形ABCは１辺が x cmの正三角形なので面積は $\boxed{\text{(b)}}$ cm^2 です。

教師T：そのとおりです。三角形ABCの中にある，白い三角形の面積の総和をS，黒い三角形の面積の総和をKとすると，$\text{S}+\text{K}=\boxed{\text{(b)}}$ cm^2 と表すことができます。

次に，白い三角形と黒い三角形の個数の規則性を調べてみましょう。

生徒A：白い三角形は１段目から１個，２個，３個，… となっています。

黒い三角形は１段目から０個，１個，２個，… となっています。

生徒B：正三角形ABCの１辺の長さは x cmなので，一番上の段は x を用いて，$\boxed{\text{(c)}}$ 段目と表すことができます。各段の三角形の個数は**表**のようにまとめることができます。

表

	１段目	２段目	３段目	…	$\boxed{\text{(c)}}$ 段目
白い三角形の個数	1	2	3	…	$\boxed{\text{(c)}}$
黒い三角形の個数	0	1	2	…	$\boxed{\text{(d)}}$

教師T：規則性を正しく捉えてまとめられていますね。この**表**から気づいたことはありますか。

生徒A：どの段も，白い三角形の個数と黒い三角形の個数の差は１です。

よって，三角形ABCの中にある，白い三角形の面積の総和と黒い三角形の面積の総和の差 $\text{S}-\text{K}$ も x を用いて表すことができますね。

生徒B：$\text{S}+\text{K}$ についてはすでに求めているので，黒い三角形の面積の総和Kを x を用いて表すことができます。

教師T：そのとおりですね。

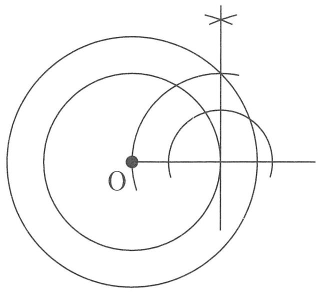
(1) **会話文**中の(a)にあてはまる数を書きなさい。また，(b)，(c)，(d)にあてはまる式を x を用いてそれぞれ書きなさい。

(2) 黒い三角形の面積の総和Kを x を用いて表しなさい。

ただし，答えを求める過程がわかるように，式やことばを使って説明しなさい。

(3) 黒い三角形の面積の総和Kが $55\sqrt{3}$ cm^2 となるときの x の値を求めなさい。

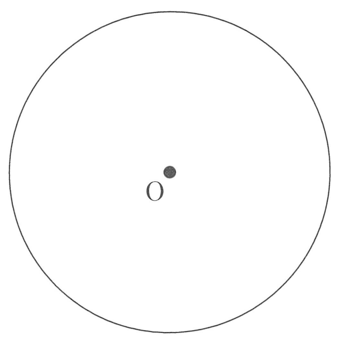
令和５年度 追検査 学力検査　数学　正解表

問題番号	小問		正解		正解		正解	配点	配点及び注意	計
1	(1)	①	45	②	$2a^2$	③	$13\sqrt{3}$	各５		51
	(2)	①	イ	②	$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$			各３		
	(3)	①	17(m)	②	24(m)			各３		
	(4)	①	3 (cm)	②	$20\pi(\mathrm{cm}^3)$			各３		
	(5)	①	11	②	$\frac{5}{36}$			各３		
	(6)	①	(３，４)	②	$a = \frac{1}{2}$，３，４			各３	(6)②　完答で点を与える。	
	(7)	①	$\sqrt{2}$ (cm)					各３	(7)②　異なる作図の方法でも，正しければ，３点を与える。	
		②								
2	(1)		$y = -x + 2$	(2)	(０，－３)			各５		15
	(3)		(10，10)							

問題番号	小問	正解			配点	配点及び注意	計
3	(1)	(a)　ア	(b)　エ	(c)　合同	5	(1)　完答で点を与える。(a)，(b)は順不同。 (2)　異なる証明でも，正しければ，６点を与える。 また，部分点を与えるときは，３点とする。	16
	(2)	△ABP と△DBQ において， 仮定より，BP = BQ　……① △ADB は正三角形だから，AB = DB　……② また，正三角形の１つの角だから，∠DBA = 60° であり， 仮定より，∠PBQ = 60° であることから， ∠ABP = ∠DBP － ∠DBA = ∠DBP － 60° ∠DBQ = ∠DBP － ∠PBQ = ∠DBP － 60° よって， ∠ABP = ∠DBQ　……③ ①，②，③より，２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので， △ABP ≡ △DBQ したがって，AP = DQ			6		
	(3)	$\frac{10\sqrt{21}}{3}$(cm)			5		
4	(1)	(a)　$\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$	(b)　$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2(\mathrm{cm}^2)$		各２		18
		(c)　$\frac{x}{2}$	(d)　$\frac{x}{2} - 1$		各３		
	(2)	白い三角形１つの面積は $\sqrt{3}$ cm² で， 三角形 ABC の中にある，全ての白い三角形の個数と 全ての黒い三角形の個数の差は $\frac{x}{2}$ 個だから， $\mathrm{S} - \mathrm{K} = \sqrt{3} \times \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$ となる。 $\mathrm{S} + \mathrm{K} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2$　……① $\mathrm{S} - \mathrm{K} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$　……② ①と②から S を消去して， $2\mathrm{K} = \frac{\sqrt{3}}{4}(x^2 - 2x)$ より，$\mathrm{K} = \frac{\sqrt{3}}{8}(x^2 - 2x)$			4	(2)　異なる説明でも，正しければ，４点を与える。 また，部分点を与えるときは，２点とする。	
	(3)	$x = 22$			4		
合計							100

令和５年度
追検査 学力検査 **数　学** 解 答 用 紙

答えは，全てこの解答用紙に書き，解答用紙だけ提出しなさい。

1	⑴	①		②		③	
	⑵	①		②	$x =$
	⑶	①	m	②	m
	⑷	①	cm	②	cm^3
	⑸	①		②	
	⑹	①	（　　，　　）	②	$a =$
	⑺	①	cm		
		②			
2	⑴		⑵	（　　，　　）	
	⑶	（　　，　　）			

3	⑴	(a)		(b)		(c)
	⑵				
	⑶	cm			
4	⑴	(a)	cm^2	(b)	cm^2
		(c)		(d)	
	⑵				
	⑶	$x =$			

受検番号		氏　名		得　点	